

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas
Nivel Medio
Prueba 1

Martes 3 de noviembre de 2020 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

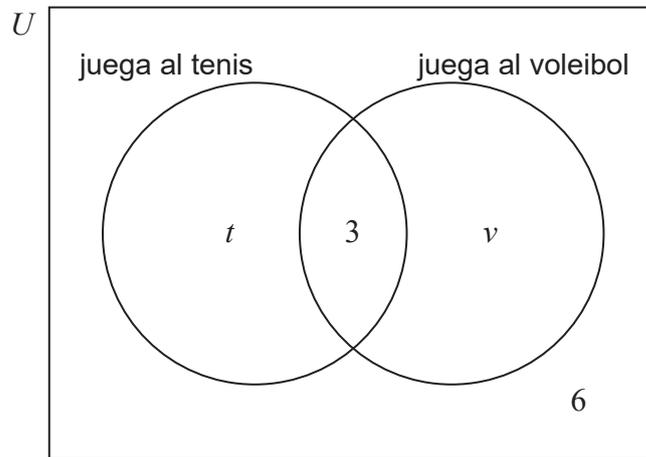
Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

En una clase de 30 alumnos hay 19 que juegan al tenis, 3 que juegan al tenis y al voleibol, y 6 que no practican ninguno de los dos deportes.

El siguiente diagrama de Venn muestra los sucesos "juega al tenis" y "juega al voleibol". Los valores t y v representan números de alumnos.



- (a) (i) Halle el valor de t .
- (ii) Halle el valor de v . [4]
- (b) Halle la probabilidad de que un alumno de esta clase elegido al azar juegue al tenis o al voleibol, pero no a ambos. [2]

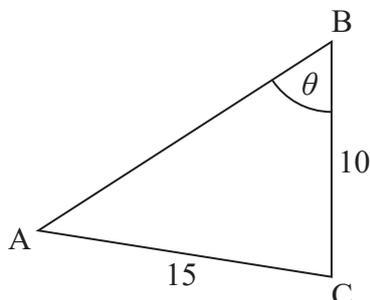
(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



2. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el triángulo ABC.

la figura no está dibujada a escala



$AC = 15 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$ y $\hat{A}BC = \theta$.

Sea $\text{sen } \hat{C}AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(a) Sabiendo que $\hat{A}BC$ es agudo, halle $\text{sen } \theta$. [3]

(b) Halle $\text{cos}(2 \times \hat{C}AB)$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 6]

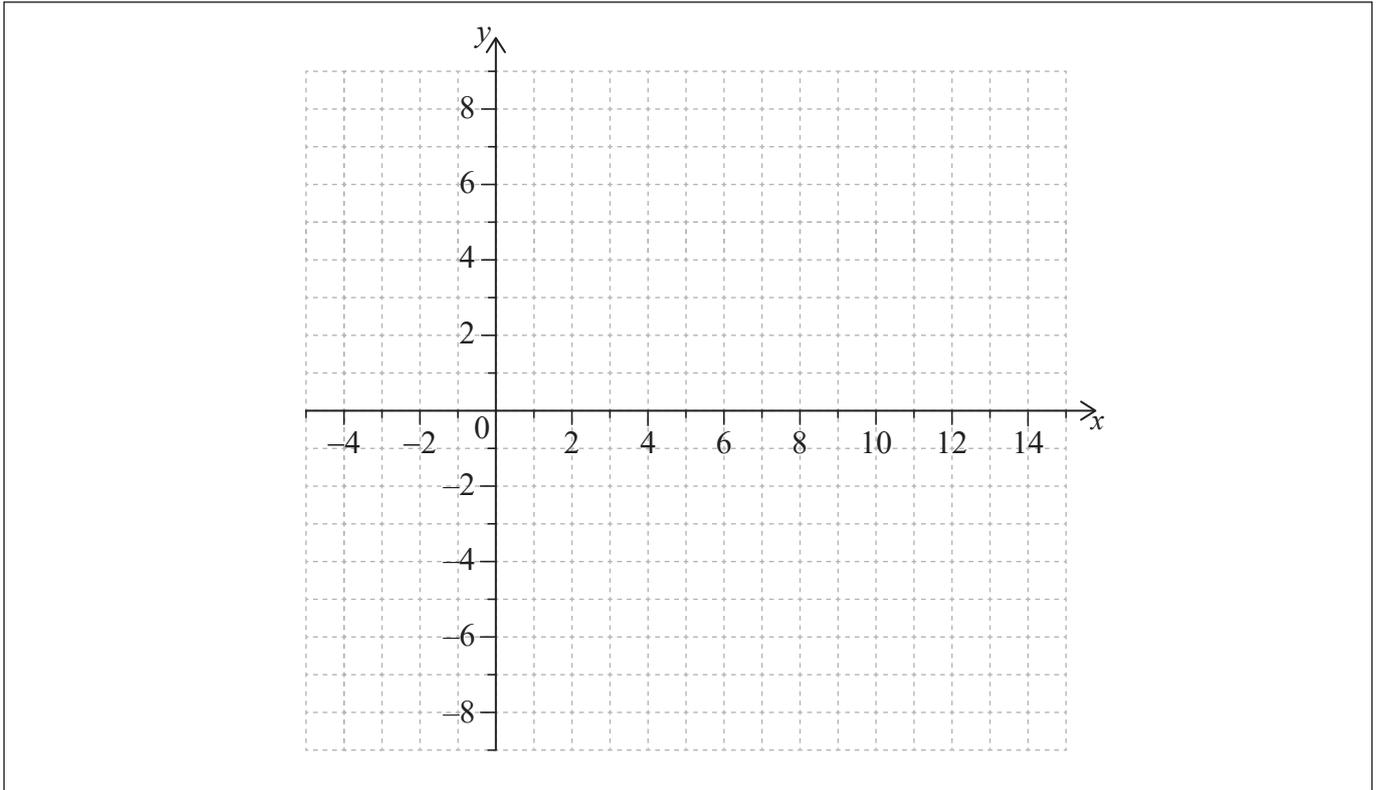
Sea $f(x) = a \log_3(x - 4)$ para $x > 4$, donde $a > 0$.

El punto $A(13, 7)$ pertenece al gráfico de f .

(a) Halle el valor de a . [3]

La intersección con el eje x del gráfico de f es $(5, 0)$.

(b) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de f . [3]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP08

7. [Puntuación máxima: 7]

En esta pregunta todas las longitudes vienen dadas en metros y el tiempo en segundos.

Considere dos partículas P_1 y P_2 que empiezan a moverse al mismo tiempo.

La partícula P_1 se mueve en línea recta, de modo tal que su desplazamiento respecto a un punto fijo viene dado por $s(t) = 10 - \frac{7}{4}t^2$, para $t \geq 0$.

(a) Halle una expresión para la velocidad de P_1 en el instante t . [2]

La partícula P_2 también se mueve en línea recta. La posición de P_2 viene dada por

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

La celeridad (el módulo de la velocidad) de P_1 es mayor que la celeridad de P_2 cuando $t > q$.

(b) Halle el valor de q . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP11

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

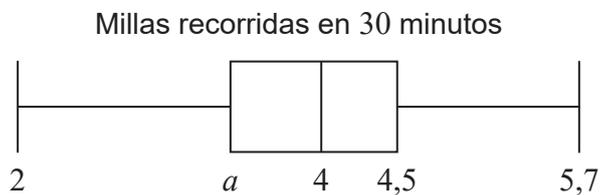
Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 15]

En un equipo de corredores, cada atleta anota la distancia (M millas) que ha recorrido en 30 minutos.

La mediana de las distancias es 4 millas y el rango intercuartil es igual a 1,1 millas.

Toda esta información se muestra en el siguiente diagrama de caja y bigotes.



(a) Halle el valor de a . [2]

Las distancias en millas, M , se pueden convertir a distancias en kilómetros, K , utilizando la fórmula $K = \frac{8}{5} M$.

(b) Escriba en kilómetros (km) el valor de la mediana de las distancias. [1]

La varianza de las distancias que han recorrido los atletas es igual a $\frac{16}{9} \text{ km}^2$.

La desviación típica de dichas distancias es b millas.

(c) Halle el valor de b . [4]

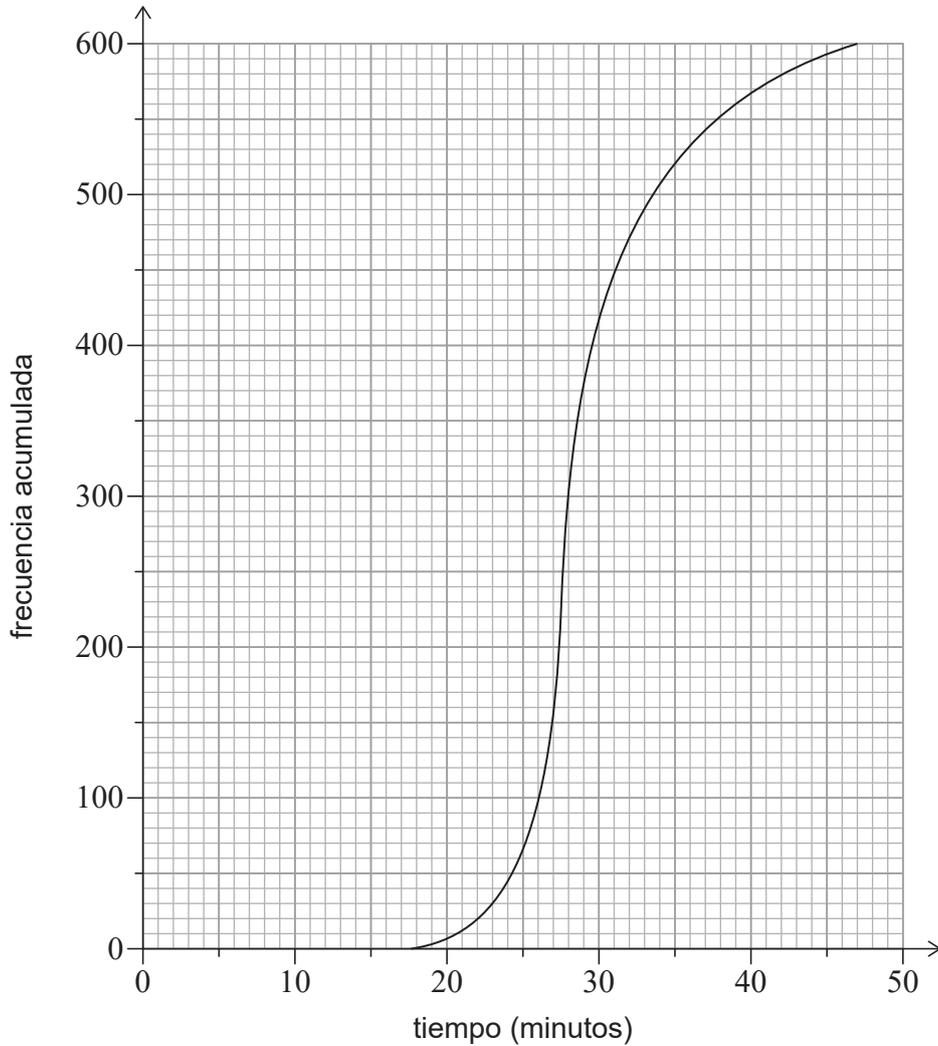
(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 8: continuación)

En una carrera de 5 km participaron un total de 600 atletas de distintos equipos. En el siguiente gráfico de frecuencias acumuladas se muestra el tiempo que tardaron esos 600 atletas en acabar la carrera de 5 km.



Hubo 400 atletas que tardaron entre 22 y m minutos en acabar la carrera de 5 km.

(d) Halle m . [3]

A los primeros 150 atletas que acabaron la carrera les dieron un premio.

(e) Sabiendo que un atleta dado tardó entre 22 y m minutos en acabar la carrera de 5 km, calcule la probabilidad de que le hayan dado un premio. [5]



16EP13

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Los puntos A y B tienen por coordenadas $(1, 1, 2)$ y $(9, m, -6)$, respectivamente.

(a) Exprese \vec{AB} en función de m . [2]

La recta L , la cual pasa por B, tiene por ecuación $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -19 \\ 24 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

(b) Halle el valor de m . [5]

Considere el vector unitario \mathbf{u} , que viene dado por $\mathbf{u} = p\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}$, donde $p > 0$.

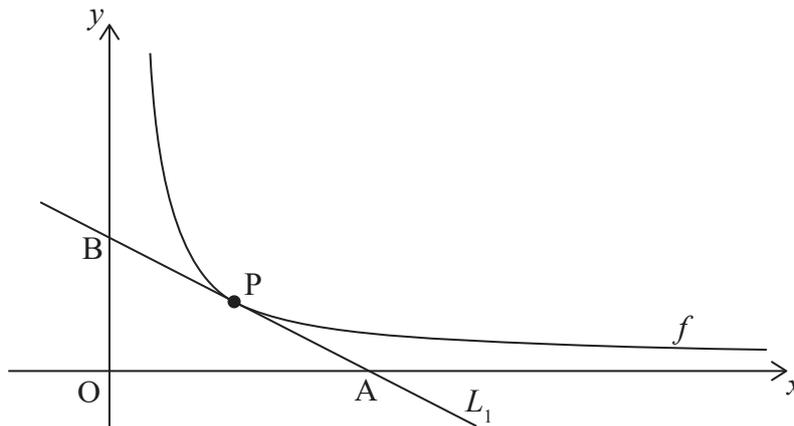
El punto C es tal que $\vec{BC} = 9\mathbf{u}$.

(c) Halle las coordenadas de C. [8]

10. [Puntuación máxima: 15]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $f(x) = \frac{k}{x}$, para $x > 0, k > 0$.

Sea $P\left(p, \frac{k}{p}\right)$ un punto cualquiera del gráfico de f . La recta L_1 es la tangente al gráfico de f en P.



(a) (i) Halle $f'(p)$ en función de k y p .
 (ii) Muestre que la ecuación de L_1 es $kx + p^2y - 2pk = 0$. [4]

La recta L_1 corta al eje x en el punto $A(2p, 0)$ y al eje y en el punto B.

(b) Halle el área del triángulo AOB en función de k . [5]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



16EP14

No escriba soluciones en esta página.

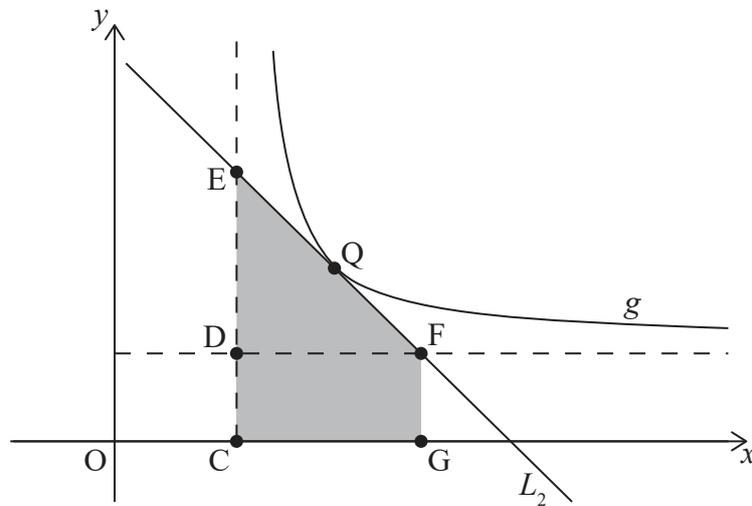
(Pregunta 10: continuación)

El gráfico de f se traslada mediante $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ para dar lugar al gráfico de g .

En la siguiente figura:

- El punto Q pertenece al gráfico de g .
- Los puntos C , D y E pertenecen a la asíntota vertical de g .
- Los puntos D y F pertenecen a la asíntota horizontal de g .
- El punto G pertenece al eje x , de modo tal que FG es paralelo a DC .

La recta L_2 es la tangente al gráfico de g en Q , y pasa por E y por F .



(c) Sabiendo que el triángulo EDF y el rectángulo $CDFG$ tienen la misma área, halle la pendiente de L_2 en función de p .

[6]



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16